Lomené výrazy

1. Kráceníl omenýchvýrazů :

a) $\frac{x^3}{x^5} =$ $\frac{3k^2}{6k} =$ $\frac{r^2x}{rx^2} =$ $\frac{2c^6}{5c^3} =$ $\frac{16xy}{20x^2z} =$ $\frac{6p}{9p^4q} =$ $\frac{2ab^2c}{8a^2bc^2} =$

b) $\frac{7bc^2}{21bd^3} =$ $\frac{9x^3y^3}{(3xy^2)^2} =$ $\frac{(3m)^3n}{9m^3n^3} =$ $\frac{r(pq)^2}{p^2q^4r} =$ $\frac{k+1}{k^2+k} =$ $\frac{ab-4b^2}{a^2-4ab} =$

c) $\frac{4x^2+4x}{2xy+2x} =$ $\frac{3r^2-3r^3}{r-r^2} =$ $\frac{10rs-14rt}{20s-28t} =$ $\frac{6a+2ab}{2a^2-4a} =$ $\frac{m^2+m}{m^2-m} =$

d) $\frac{9z^3-27vz}{z^4-3vz^2} =$ $\frac{4(x-y)^2}{6xy-6y^2} =$ $\frac{u+3}{u^2-9} =$ $\frac{z^2-1}{az+a} =$ $\frac{r^2-4}{r+2} =$

e) $\frac{(m+n)^2}{mn+n^2} =$ $\frac{x^2+5x}{x^2-25} =$ $\frac{r+s}{r^2+2rs+s^2} =$ $\frac{3p-3q}{(p-q)^2} =$ $\frac{2(a+5)^2}{2a^2-50} =$

f) $\frac{5c+10}{2c^2-8} =$ $\frac{h-1}{h^2-1} =$ $\frac{a^4-9}{a^2-3} =$ $\frac{a^2b^2}{a^2b-ab^2} =$ $\frac{2h^2+6h}{4hk} =$

g) $\frac{xy^2}{x^2y-xy^3} =$ $\frac{2rs}{2r^2-2rs} =$ $\frac{4pq+2p^2q}{2pq} =$ $\frac{mn-m^2n}{mn^2} =$ $\frac{7a+14}{4a^2-16} =$

h) $\frac{20a^2b}{4a^2bc-8a^2b} =$ $\frac{36a^2}{9a^3-36a} =$ $\frac{12r^2s^4-60r^2s^2}{12r^2s^2} =$ $\frac{2p^2q-4pq^2}{4pq^2} =$

i) $\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2} =$ $\frac{x+1}{ax+a} =$ $\frac{a^2+b^2-2ab}{a-b} =$ $\frac{9-s^2}{s+3} =$ $\frac{x^2-x}{x^2+x} =$

j) $\frac{8b+4u}{4b^2+4bu+u^2} =$ $\frac{4a^2+4ab+b^2}{16+8b} =$ $\frac{3r^2-3r^3}{r-r^2} =$

k) $\frac{a^2-2ab+b^2}{a-b} =$ $\frac{a^2b^2}{a^2b-ab^2} =$ $\frac{x^2+5x}{x^2-25} =$ $\frac{2u+2v}{2u^2-2v^2} =$

l) $\dfrac{p^2-2pq+q^2}{5p-5q}=$ $\dfrac{s^2-16}{s^2-8s+16}=$ $\dfrac{4-2x}{2-x}=$ $\dfrac{m+n}{m^2+2mn+n^2}=$

m) $\dfrac{2c-4}{c-2}=$ $\dfrac{u+v}{u^2+2uv+v^2=}$

2. Součet a rozdíl lomených výrazů

a) $\dfrac{4}{5m}-\dfrac{1}{2m}=$ $\dfrac{a}{2x}+\dfrac{b}{4x}=$ $\dfrac{7c}{10d}+\dfrac{5c}{4d}=$ $\dfrac{3m}{10}-\dfrac{n}{6}+\dfrac{m}{5}=$

b) $\dfrac{1}{r^2}+\dfrac{2s}{r^3}+\dfrac{s^2}{r^4}=$ $\dfrac{r}{2s}+\dfrac{2r}{3s}-\dfrac{3r}{4s}=$ $\dfrac{2}{x}+\dfrac{5}{2x}-\dfrac{2}{4x}=$ $\dfrac{x}{12y}+\dfrac{4}{18y}=$

c) $\dfrac{v+3}{4}+\dfrac{v-6}{8}=$ $\dfrac{2a-3b}{12}-\dfrac{a-3}{8}=$ $\dfrac{4x+3y}{10}-\dfrac{2x-y}{15}=$

d) $\dfrac{4p-5q}{12}-\dfrac{3p-2q}{18}=$ $\dfrac{r+10}{2p}+\dfrac{2r-5}{p}=$ $\dfrac{3x+1}{2}+\dfrac{5-9x}{8}=$

e) $\dfrac{n-1}{2}+\dfrac{3n-1}{4}-\dfrac{5n-1}{6}=$ $\dfrac{1}{2r-s}+\dfrac{1}{2r+s}=$ $\dfrac{5(2x-y)}{8}-\dfrac{3(x-4y)}{2}+\dfrac{7(x-y)}{6}=$

f) $\dfrac{2a-3b}{a^2b}-\dfrac{4a-5b}{ab^2}=$ $\dfrac{5x^2-2x-1}{x^2y}-\dfrac{3x-2}{xy}=$ $\dfrac{2x}{a-b}+\dfrac{x}{b-a}=$

g) $\dfrac{a+1}{a-1}+\dfrac{a-2}{1-a}=$ $\dfrac{2a-4}{a^2-4}+\dfrac{1}{a-2}=$ $\dfrac{x^3}{x}-\dfrac{15x^2}{5}=$

h) $\dfrac{1}{1-v^2}+\dfrac{1}{v+1}=$ $\dfrac{2}{5a+5b}+\dfrac{1}{a-b}=$ $\dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}-\dfrac{x-y}{x+y}=$

i) $\dfrac{a-b}{ax+ay}+\dfrac{4-b}{bx+by}=$ $\dfrac{5}{x-3}-\dfrac{x-2}{x^2-9}+\dfrac{x-1}{2x+6}=$ $\dfrac{3a}{2a-2}-\dfrac{5a}{4a-4}=$

j) $\dfrac{1}{t+1}+\dfrac{2}{t+2}-\dfrac{3}{2t+2}=$ $\dfrac{5}{2n-3}+\dfrac{2}{2n+3}-\dfrac{n-1}{9-4n^2}=$ $\dfrac{m}{2p-q}+\dfrac{n}{q-2p}=$

k) $\dfrac{1}{3p-2}-\dfrac{4}{2+3p}-\dfrac{3p-5}{4-9p^2}=$ $\dfrac{2s}{3r-3s}-\dfrac{3s}{4r-4s}=$ $\dfrac{2}{m+1}-\dfrac{m}{m^2-1}=$

a) $\frac{3ab}{4xy}\cdot\frac{10x^2y}{21ab^2}=$ $\qquad$ $14m^2n^2\cdot\frac{3n}{10m^2}=$ $\qquad$ $\frac{3x}{5ab}\cdot\frac{3ay}{4bz}\cdot\frac{4z}{9xy}=$

b) $\frac{x^2y}{3(x+1)}\cdot\frac{2(x+1)}{xy^2}=$ $\qquad$ $\frac{r}{r+s}\cdot\frac{r^2+rs}{r-s}=$ $\qquad$ $\frac{a-b}{3b}\cdot\frac{3a}{2a-2b}=$

c) $\frac{a^2-b^2}{a+b}\cdot\frac{ab}{a-b}=$ $\qquad$ $\frac{(r+1)^2}{r-1}\cdot\frac{(r-1)^2}{r+1}=$ $\qquad$ $\frac{x+y}{x-y}\cdot\frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}=$

l) $\frac{4}{v+2}+\frac{3}{v-2}-\frac{7v}{v^2-4}=$ $\qquad$ $\frac{5m}{6n}-\frac{2m}{3n}-\frac{m}{2n}=$ $\qquad$ $\frac{7b}{8a}-\frac{5b}{4a}-\frac{3b}{2a}=$

m) $\frac{7b}{8a}-\frac{5b}{4a}-\frac{3b}{2a}=$ $\qquad$ $\frac{7}{y+3}+\frac{5}{2y+6}+\frac{3}{y^2-9}=$ $\quad -\quad$ $\frac{7}{y+3}+\frac{5}{2y+6}+\frac{3}{y^2+9}=$

3. Násobení lomených výrazů

Součin čitatelů lomíme součinem jmenovatelů.
$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{8}=\frac{10}{24}$ $\qquad\qquad$ $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$

Krácení lomených výrazů

Čitatele krátíme se jmenovatelem.
$\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{2}=\frac{2.2}{3.3}\cdot\frac{3}{2}=\frac{2}{3}$ $\qquad\qquad$ $\frac{3a+3}{a+2}\cdot\frac{a^2-4}{a+1}=\frac{3.(a+1)}{a+2}\cdot\frac{(a+2).(a-2)}{a+1}=3(a-2)$

$a \neq -2$

Postup při násobení lomených výrazů

6. Čitatele i jmenovatele rozložíme na součin (vytýkáním, pomocí vzorců)
7. Čitatele vykrátíme se jmenovateli
8. Součin čitatelů lomíme součinem jmenovatelů
9. Uvedeme podmínky řešitelnosti

Př.:

$$\frac{15+15n}{n^2-1}\cdot\frac{n^3-n}{3n+3}=\frac{15(1+n)}{(n+1)(n-1)}\cdot\frac{n(n^2-1)}{3(n+1)}=\frac{15(1+n)}{(n+1)(n-1)}\cdot\frac{n(n+1)(n-1)}{3(n+1)}=\frac{15n}{3}=5n$$

Vypočítej a uveď podmínky řešitelnosti:

a) $\frac{3ab}{4xy}\cdot\frac{10x^2y}{21ab^2}=$ $\qquad 14m^2n^2.\frac{3n}{10m^2}=$ $\qquad \frac{3x}{5ab}\cdot\frac{3ay}{4bz}\cdot\frac{4z}{9xy}=$

b) $\frac{x^2y}{3(x+1)}\cdot\frac{2(x+1)}{xy^2}=$ $\qquad \frac{r}{r+s}\cdot\frac{r^2+rs}{r-s}=$ $\qquad \frac{a-b}{3b}\cdot\frac{3a}{2a-2b}=$

c) $\frac{a^2-b^2}{a+b}\cdot\frac{ab}{a-b}=$ $\qquad \frac{(r+1)^2}{r-1}\cdot\frac{(r-1)^2}{r+1}=$ $\qquad \frac{x+y}{x-y}\cdot\frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}=$

f) $\frac{5-5x}{1+x}.\frac{3+3x}{10-10x}=$ $\qquad \frac{m^2-mn}{m^2+mn}.\frac{m^2n+mn^2}{mn}=$ $\qquad \frac{2a^2}{a^2b+ab^2}.\frac{ab+b^2}{2a-4}=$

1.

d) $\frac{a^2+ab}{a}.\frac{b}{ab+b^2}=$ $\qquad \frac{15+15n}{n^2-1}.\frac{n^3-n}{3n+3}=$ $\qquad \frac{q-2}{p+q}.\frac{2p+2q}{3q-6}=$

e) $\frac{2a^2-2b^2}{3x^2-3y^2}.\frac{9x+9y}{4a-4b}=$ $\qquad \frac{5c-5d}{4c+4d}.\frac{12c+12d}{20c-20d}=$ $\qquad \frac{a^2-ab}{ab+b^2}.\frac{a^2+ab}{ab-b^2}=$

g) $\frac{4u-4v}{2uv}.\frac{u^2}{u^2-uv}=$ $\qquad \frac{r^2-9}{r+1}.\frac{r^2-1}{r-3}=$ $\qquad \frac{p^2+pq}{5p^2-5q^2}.\frac{p^2q-q^3}{2p^2-2p}=$

h) $\frac{a^2-4}{1-a}.\frac{2b}{a-2}.\frac{1-a^2}{ab+2b}=$ $\qquad \frac{ax^2-ay^2}{(a+b)^2}.\frac{3a+3b}{ax^2-2axy+ay^2}=$ $\qquad \frac{a^2-4b^2}{a^3-a^2b}.\frac{a-b}{a^2+2ab}=$

Rozšiřování zlomků

Čitatele i jmenovatele násobíme stejným číslem různým od nuly. Hodnota zlomku se nemění.

$\frac{1}{2}=\frac{1.3}{2.3}=\frac{3}{6}$

Krácení zlomků

Čitatele i jmenovatele dělíme stejným číslem různým od nuly. Hodnota zlomku se nemění.

$$\frac{2}{8}=\frac{2:2}{8:2}=\frac{1}{4}$$

Násobení zlomků

a) Zlomek násobíme celým číslem tak, že celým číslem vynásobíme čitatele a jmenovatele opíšeme. Hodnota zlomku se mění.

$$3.\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

b) Zlomek násobíme zlomkem tak, že součin čitatelů lomíme součinem jmenovatelů.

c) $\frac{2}{3}.\frac{5}{7}=\frac{10}{21}$ Hodnota zlomku se mění.

Dělení zlomků

Vydělit číslo daným číslem znamená vlastně vynásobit číslo převrácenou hodnotou daného čísla.

$$10:2=10.\frac{1}{2}=\frac{10}{2}=5 \qquad \frac{2}{3}:\frac{5}{7}=\frac{2}{3}.\frac{7}{5}=\frac{14}{15}$$

4. Dělení lomených výrazů

a) $$\frac{2x-4}{x^2-4}:\frac{1}{x-2}=\left[\frac{2}{x+2},x\neq 2,x\neq -2\right]$$

$$\frac{2a+4}{a^2-4}:\frac{1}{a-2}=[2,a\neq 2,a\neq -2]$$

$$\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}:\frac{x+y}{x-y}=[1,x\neq y,x\neq -y]$$

$$\frac{r+3}{r-3}:\frac{r^2+3r}{2r^2-18}=\left[\frac{2r+6}{r},r\neq 0,r\neq 3,r\neq -3\right]$$

b) $\frac{5-5x}{(1+x)^2}:\frac{10.(1-x^2)}{3.(1+x)}=\left[\frac{3}{2x^2+4x+2},x\neq-1,x\neq1\right]$

$\frac{2x+2y}{3y-6}:\frac{x+y}{y-2}=\left[\frac{2}{3},y\neq2,x\neq-y\right]$

$\frac{p+q}{p-q}:\frac{p^2-q^2}{p^2-2pq+q^2}=[1,p\neq-q,p\neq q]$

c) $\frac{v^2-1}{v^3}:\frac{(v+1)^2}{v^2}=\left[\frac{v-1}{v^2+v},v\neq0,v\neq-1\right]$

$\frac{2.(a+b)}{3a-3b}:\frac{6a+6b}{a^2-ab}=\left[\frac{a}{9},a\neq b,a\neq0,a\neq-b\right]$

$\frac{a.(x^2-y^2)}{(x+y)^2}:\frac{a(x-y)^2}{3.(x+y)}=\left[\frac{3}{x-y},x\neq-y,a\neq0,x\neq y\right]$

d) $\frac{v-3}{v^2+v}:\frac{3v-9}{v.(1+v)}=\frac{1}{3},v\neq0,v\neq-1,v\neq3$

$\frac{a^2-25}{a^2+10a+25}:\frac{7a-35}{a^2+5a}=\left[\frac{a}{7},a\neq0,a\neq-5\right]$

$\frac{x^2-4y^2}{x^2-xy}:\frac{x^2+2xy}{x-y}=\left[\frac{x-2y}{x^2},x\neq0,x\neq y,x\neq-y\right]$

e) $\frac{x^2-xy}{y}:\frac{x-y}{xy}=[x^2,x\neq0,x\neq y,y\neq0]$

$\frac{2m+6}{m^2}:\frac{m+3}{m^2-mn}=\left[\frac{2m-2n}{m},m\neq0,m\neq n,m\neq-3\right]$

$\frac{u^2-v^2}{(u+v)^2}:\frac{5u-5v}{4u+4v}=\left[\frac{4}{5},u\neq-v,u\neq v\right]$

f) $\left(\frac{2a-3}{a-1}+\frac{a+4}{a^2-1}\right):\frac{a}{a+1}=\left[\frac{2a^2+1}{a^2-a},a\neq1,a\neq-1,a\neq0\right]$

$\left(\frac{3a+2}{a^2-1}+\frac{a-5}{a+1}\right):\frac{a}{a-1}=\left[\frac{a^2-3a+7}{a^2+a},a\neq1,a\neq-1,a\neq0\right]$

Složené lomené výrazy

$$\frac{2}{3}:\frac{5}{7}=\frac{2}{3}.\frac{7}{5}=\frac{14}{15}$$

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}}=\frac{14}{15}$$

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{ad}{bc}, b\neq 0, c\neq 0, d\neq 0$$

Složený výraz vypočítáme, jestliže součin vnějších členů lomíme součinem vnitřních členů.

Příklad:

$$\frac{\frac{14y}{3y^2}}{\frac{7x^2}{6y^2}}=\frac{84y^3}{21x^2y^2}=\frac{4y}{x^2}$$

Krácení složených lomených výrazů

$$\frac{14y}{3y^2}:\frac{7x^2}{6y^2}=\frac{14y}{3y^2}.\frac{6y^2}{7x^2}=$$

$$\frac{\frac{14y}{3y^2}}{\frac{7x^2}{6y^2}}=\frac{\frac{14}{3y}}{\frac{7x^2}{6y^2}}=\frac{\frac{2}{1}}{\frac{x^2}{2}}=\frac{4}{x^2}$$

Jakýkoliv vnější člen můžeme krátit s jakýmkoliv vnitřním členem.

Procvičování

a) $\dfrac{\frac{3x}{5x}}{2y}=$ $\left[\dfrac{6y}{5}, x\neq 0, y\neq 0\right]$

b) $\dfrac{\frac{1}{x^2}}{7a}=$ $\left[\dfrac{7a}{x^2}, x\neq 0, a\neq 0\right]$

c) $\dfrac{\frac{p+1}{5q}}{p^2+p}=$ $\left[\dfrac{1}{5pq}, q\neq 0, p\neq 0, p\neq -1\right]$

d) $$\frac{\frac{ab}{2c}}{\frac{b}{4c}} = \quad [2a, b \neq 0, c \neq 0]$$

e) $$\frac{\frac{6u^2}{5v^3}}{4u^2 v} = \left[\frac{3}{10v^4}, u \neq 0, v \neq 0\right]$$

f) $$\frac{\frac{2ab}{3xy}}{\frac{2ax}{3by}} = \left[\frac{b^2}{x^2}, a \neq 0, b \neq 0, x \neq 0, y \neq 0\right]$$

g) $$\frac{\frac{\mathbf{u}^2 - v^2}{(u+v)^2}}{\frac{4u - 4v}{3.(u+v)}} = \left[\frac{3}{4}, u \neq v, u \neq -v\right]$$

Ukázkové příklady:

$$\frac{\frac{1}{\mathrm{x}} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{\frac{y+x}{xy}}{\frac{y-x}{xy}} = \frac{y+x1}{y-x}, x \neq 0, \mathrm{y} \neq 0, x \neq y$$

$$\frac{\frac{\mathrm{a+b}}{\mathrm{a-b}}}{\frac{(\mathrm{a+b})^2}{a^2 - b^2}} = \frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{(a+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)}} = 1, a \neq b, a \neq -b$$

$$\frac{1 + \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{x}}}{1 - \frac{\mathrm{y}^2}{x^2}} = \frac{\frac{x}{x} + \frac{y}{x}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{y^2}{x^2}} = \frac{\frac{x+y}{x}}{\frac{x^2 - y^2}{x^2}} = \frac{\frac{x+y}{x}}{\frac{(x+y)(x-y)}{x^2}} = \frac{x}{x-y}, x \neq y, x \neq -y, x \neq 0$$

$$\frac{\frac{a}{2} + \frac{b}{3}}{\frac{a}{3} - \frac{b}{2}} = \frac{\frac{3a+2b}{6}}{\frac{2a-3b}{6}} = \frac{3a+2b}{2a-3b}, a \neq \frac{3b}{2}$$

1. Vypočítej a uveď podmínky řešitelnosti:

a) $$\frac{1 + \frac{x^2}{y^2}}{1 - \frac{x^2}{y^2}} = \left[\frac{y^2 + x^2}{y^2 - x^2}, y \neq 0, x \neq y, x \neq -y\right]$$

b) $$\frac{1 - \frac{a^2}{b^2}}{\frac{1}{b^2} - \frac{a}{b^2}} = \left[\frac{b^2 - a^2}{1-a}, b \neq 0, a \neq 1\right]$$

c) $$\frac{\frac{r+3}{rs}}{\frac{2r+6}{s}}=\left[\frac{1}{2r}, r\neq 0, s\neq 0\right]$$

d) $$\frac{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}{\frac{1}{mn}}=\left[m+n, n\neq 0, m\neq 0\right]$$

e) $$\frac{x+y}{x-\frac{y^2}{x}}=\left[\frac{x}{x-y}, x\neq 0, y\neq 0\right]$$

h) $$\frac{\frac{2r+2s}{3r-3s}}{\frac{6r+6s}{r^2-rs}}=\left[\frac{r}{9}, r\neq s, r\neq -s, r\neq 0\right]$$

f) $$\frac{\frac{ax+ay}{xy}}{\frac{x+y}{x}}=\left[\frac{a}{y}, x\neq 0, y\neq 0, x\neq -y\right]$$

g) $$\frac{\frac{a+b}{a-b}}{a^2+2ab+b^2}=\left[\frac{1}{a^2-b^2}, a\neq b, a\neq -b\right]$$

i) $$\frac{\frac{a}{a^2-4}}{\frac{a^2}{a+2}}=\left[\frac{1}{a(a-2)}, a\neq 2, a\neq -2, a\neq 0\right]$$

2. Vypočítej a uveď podmínky řešitelnosti:

a) $$\frac{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}}{\frac{p+q}{pq}}=\left[1, p\neq 0, q\neq 0, p\neq -q\right]$$

b) $$\frac{z-\frac{4}{z}}{z+2}=\left[\frac{z-v}{z}, z\neq 0, z\neq -2\right]$$

c) $$\frac{\frac{1+h}{2k}}{\frac{h^2-1}{5k}}=\left[\frac{5}{2(h-1)}, k\neq 0, h\neq 1, h\neq -1\right]$$

d) $$\frac{1+\frac{m}{n}}{n-\frac{m^2}{n}}=\left[\frac{1}{n-m}, n\neq 0, n\neq m, n\neq -m\right]$$

e) $$\frac{1-\frac{u-v}{u+v}}{1+\frac{u+v}{u-v}}=\left[\frac{uv-v^2}{u^2+uv}, u\neq 0, u\neq v, u\neq -v\right]$$

3. Vypočítej a uveď podmínky řešitelnosti:

a) $$\left(\frac{x+1}{x+2}-\frac{x-1}{x-2}\right):\frac{2x}{4-x^2}=\left[1, x\neq 0, x\neq 2, x\neq -2\right]$$

b) $$\frac{3r-2s}{9r^2+12rs+4s^2}.(3r+2s)=\left[\frac{3r-2s}{3r+2s}, r\neq -\frac{2s}{3}\right]$$

c) $$\frac{5a^2+10a}{4a^2}.\frac{4-2a}{a^2-4}=\left[-\frac{5}{2a}, a\neq 0, a\neq 2, a\neq -2\right]$$

d) $$\left(2x^3+2x^2y\right).\frac{6x+3}{3x^2+3xy}=\left[4x^2+2x, x\neq 0, x\neq -y\right]$$

e) $$\frac{4a}{a^2-1}-\frac{3}{a-1}=\left[\frac{a-3}{a^2-1}, a\neq 1, a\neq -1\right]$$

f) $$\frac{5}{r+3}-\frac{4r}{r^2-9}=\left[\frac{r-15}{r^2-9}, r\neq 3, r\neq -3\right]$$

g) $$\frac{a-b}{a+b}+\frac{4ab}{a^2-b^2}=\left[\frac{a+b}{a-b}, a\neq b, a\neq -b\right]$$

h) $$\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}=\left[\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}, x\neq y, x\neq -y\right]$$

i) $$x-u+\frac{u^2}{x+u}=\left[\frac{x^2}{x+u}, x\neq -u\right]$$

4. Vypočítej a uveď podmínky řešitelnosti:

a) $$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right):\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2y}\right)=\left[2, x\neq 0, x\neq -y, y\neq 0\right]$$

b) $$\left(\frac{2}{y}-\frac{4}{x}\right):\left(\frac{3}{y}-\frac{6}{x}\right)=\left[\frac{2}{3}, x\neq 0, y\neq 0, x\neq 2y\right]$$

c) $$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right):\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}\right)=\left[\frac{xy}{y-x}, x\neq 0, y\neq 0, x\neq y, x\neq -y\right]$$

d) $$\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right):\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}\right)=\left[\frac{x^2+y^2}{y^2-x^2}, x\neq 0, y\neq 0, x\neq y, x\neq -y\right]$$

5. Vypočítej, stanov podmínky řešitelnosti a výpočet ověř pro x = 2

a) $\left(\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}+1\right):\left(1-\frac{1}{x^2}\right)=\left[\frac{x-1}{x+1}, x\neq 0, x\neq 1, x\neq -1\right]$

b) $\left(1+\frac{8}{x}+\frac{16}{x^2}\right):\left(1+\frac{4}{x}\right)=\left[\frac{x+4}{x}, x\neq 0, x\neq -4{,}3=3\right]$

c) $\left(x+1-\frac{1}{1-x}\right):\left(x-\frac{x^2}{x-1}\right)=\left[-x, x\neq 0, x\neq 1{,}-2=-2\right]$

d) $\left(\frac{x}{1-x}-1\right):\left(x-\frac{x^2}{x-1}-1\right)=\left[1, x\neq 1, x\neq \frac{1}{2}{,}1=1\right]$

6. Vypočítej a stanov podmínky řešitelnosti:

a) $\frac{x^2+x}{y+2}:\frac{xy+2x+y+2}{y^2+4y+4}=$ $[\mathrm{x};\ \mathrm{x}\neq -1, \mathrm{y}\neq -2]$

b) $\frac{xy-2y}{1+y}:\frac{x^2-4x+4}{xy+x-2y-2}=$ $[\mathrm{y};\ \mathrm{y}\neq -1, \mathrm{x}\neq 2]$

c) $\frac{x^2+4x}{xy-x^2+4y-4x}:\frac{2x^2}{xy-x^2}=$ $\left[\frac{1}{2};\ \mathrm{x}\neq 0, \mathrm{x}\neq -4, \mathrm{x}\neq \mathrm{y}\right]$

d) $\frac{x^2-x}{y-3}:\frac{y+3-xy-3x}{y^2-9}=$ $[-\mathrm{x};\ \mathrm{x}\neq 1, \mathrm{y}\neq -3, \mathrm{y}\neq 3]$

7. Vyhledej nejmenší společný násobek výrazů:

$(x^2-2x+1), x^2-1$ $\quad[(\mathrm{x}-1)^2(x+1)]$

8. Převeď na společného jmenovatele zlomky:

$\frac{x}{2a}, \frac{b}{x}, \frac{c}{bx}, \frac{x}{ab}$ $\quad\left[\frac{bx}{2abx}, \frac{2ab^2}{2abx}, \frac{2ac}{2abx}, \frac{2x^2}{2abx}\right]$

9. Vykrať zlomky a uveď podmínky řešitelnosti:

a) $\frac{5x-10}{2x^2-8}$ $\left[\frac{5}{2(\mathrm{x}+2)}, x\neq 2, x\neq -2\right]$

b) $\frac{36a^2}{9a^3-36a}=\left[\frac{4\mathrm{a}}{\mathrm{a}^2-4}, a\neq 2, a\neq -2, a\neq 0\right]$

10. Vypočítej, urči podmínky řešitelnosti:

a) $\frac{1-y^2}{y^2}:\left(1-\frac{1}{y}\right)=\left[-\frac{1+y}{y}, y\neq 0, y\neq 1\right]$

b) $\left(\frac{1}{x}-1\right):\frac{x^2-2x+1}{x^2}=\left[\frac{x}{1-x}, x\neq 0, x\neq 1, x\neq -1\right]$

11. Vykrať a urči podmínky řešitelnosti:

a) $\frac{6x-3xy+12y-6y^2}{3x^2+12xy+12y^2}=\left[\frac{2-y}{x+2y}, x\neq -2y\right]$

b) $\frac{35r^2s-10rs}{50rs-20s}=\left[\frac{7r^2-2r}{10r-4}\right]$

c) $\frac{xy-y^2}{y^2-xy}=$ $[-1; \mathrm{y}\neq 0, \mathrm{x}\neq \mathrm{y}]$

d) $\frac{12xy^3m^2-20x^3ym^2}{8x^3y^2m^2}=\left[\frac{3\mathrm{y}^2-5x^2}{2x^2y}; x\neq 0, y\neq 0, m\neq 0\right]$

e) $\frac{u^3-4u^2v+4uv^2}{4u^2-8uv}=\left[\frac{u-2v}{4}, u\neq 0, u\neq v\right]$

f) $\frac{25u^2-9v^2}{25u^2+9v^2-30uv}=\left[\frac{5u+3v}{5u-3v}, u\neq \frac{3v}{5}\right]$

12. Vypočítej:

a) $\frac{a}{2}+\frac{3b}{4}-\frac{2a}{3}-\frac{b}{8}=\left[\frac{15b-4a}{24}\right]$

b) $\frac{6a}{8}+\frac{5a}{12}=\left[\frac{7a}{6}=1\frac{1}{6}a\right]$

c) $7{,}8n-\frac{4m}{5}+\frac{2n}{4}+0{,}3m=\left[\frac{83n-5m}{10}\right]$

13. Převeď na společného jmenovatele zlomky:

$\frac{3}{s+1}; \ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{s}}; \ \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$ $\left[\frac{9s}{3s(s+1)}; \frac{3s+3}{3s(s+1)}; \frac{2s^2+2s}{3s(s+1)}, s\neq 0, s\neq -1\right]$

14. Urči podmínky řešitelnosti:

a) $\dfrac{3p+1}{p^2-9}$ $[p \neq 3, p \neq -3]$

b) $\dfrac{2-s}{2+s}$ $[s \neq -2]$

15. Vypočítej a stanov podmínky řešitelnosti:

a) $\left(\dfrac{1}{r-3s}-\dfrac{3s+r}{9s^2-r^2}\right).(3s-r)=[-2, r \neq 3s, r \neq -3s]$

b) $\dfrac{4r^2+28rs+49s^2}{2r+7s}.(2r-7s)=\left[4r^2-49s^2, r \neq -\dfrac{7s}{2}\right]$

16. Vypočítej, stanov podmínky řešitelnosti:

a) $\left(\dfrac{c^2+d^2}{c}-2d\right):\left[\left(\dfrac{1}{d^2}-\dfrac{1}{c^2}\right).\dfrac{cd}{c+d}\right]=\left[cd-d^2, c \neq 0, d \neq 0, c \neq d, c \neq -d\right]$

b) $\dfrac{1-y^2}{y^2}:\left(1-\dfrac{1}{y}\right)=\left[\dfrac{-y-1}{y}, y \neq 0, y \neq 1\right]$

c) $\left(\dfrac{1}{x}-1\right):\dfrac{x^2-2x+1}{x^2}=\left[\dfrac{x}{1-x}, x \neq 0, x \neq 1\right]$

d) $\left(\dfrac{2x}{x^2-4}+\dfrac{1}{2-x}\right):\left(\dfrac{3x}{x+2}-1\right)=\left[\dfrac{1}{2x-2}; x \neq 1, x \neq \pm 2\right]$

17. Elektrický odpor **R** drátu délky **l** a průřezu **S** při měrném odporu **ρ** je vyjádřen vzorcem $R=\rho.\dfrac{l}{S}$ Vyjádři z tohoto vzorce **l.**

$\left[l=\dfrac{RS}{\rho}\right]$

18. Pro napětí U a odpor vodičů R spojených sériově platí: $\dfrac{U_1}{U_2}=\dfrac{R_1}{R_2}$ Vyjádři velikost U_2.

$\left[U_2=\dfrac{U_1R_2}{R_1}\right]$

Rovnice s neznámou ve jmenovateli

Postup při výpočtu:

I. Pomocí křížového pravidla:

Jestliže platí: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, pak b . c = d . a

Jestliže platí: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, pak 3 . 8 = 12 . 2

Příklad:

$$\frac{2x+4}{6x-3} = \frac{2}{3}$$

3 . (2

1. Vypočítej rovnici a proveď zkoušku:

a) $\frac{x+3}{4} - \frac{3}{x+3} = \frac{2x-3}{8} \left[x = -\frac{1}{3}, x \neq -3, -\frac{11}{24} = -\frac{11}{24} \right]$

b) $\frac{u+22}{u+12} = \frac{2u+9}{2u+3} \left[\mathbf{u = 3, u \neq -12, u} \neq -\frac{3}{2}, \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \right]$

c) $\frac{\mathbf{k+7}}{\mathbf{k-4}} - 3 = \frac{5+2k}{7-k} \left[k = 5\frac{1}{10}, k \neq 4, k \neq 7, 8 = 8 \right]$

d) $\frac{\mathbf{x+3}}{\mathbf{4}} - \frac{2x-3}{8} = \frac{3}{x+3} \quad \left[\mathbf{x = -\frac{1}{3}}, x \neq -3, 1\frac{1}{8} = 1\frac{1}{8} \right]$

e) $\frac{10+x}{2x} = \frac{3}{2} [x = 5; 1,5 = 1,5]$

f) $\frac{x+3}{x-3} = 4 [x = 5; 4 = 4]$

g) $\dfrac{3x-4}{4x-3}=\dfrac{3}{2}\left[x=\dfrac{1}{6};1{,}5=1{,}5\right]$

h) $\dfrac{1}{y+6}=\dfrac{3}{5y-2}\left[y=10;\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{16}\right]$

i) $\dfrac{1}{z+1}=\dfrac{2}{z+4}\left[z=2;\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}\right]$

j) $\dfrac{x}{x-5}=\dfrac{x-2}{x-6}\left[x=10;2=2\right]$

k) $\dfrac{z+1}{z-1}=\dfrac{z-5}{z-3}\left[z=2;3=3\right]$

l) $\dfrac{7}{u}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{23-u}{3u}+\dfrac{7}{12}-\dfrac{1}{4u}\left[u=5;1\dfrac{1}{15}=1\dfrac{1}{15}\right]$